УДК 66.021.1

Голуб В.Л., Тошинский В.И., Медяник А.В.

ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПО НАКЛОННОЙ ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ В РЕЗОНАНСНОМ РЕЖИМЕ

Введение. В процессах абсорбции (десорбции) одним из главных параметров, является коэффициент массопередачи K. Он определяет скорость, с которой вещество переходит из одной фазы в другую на единице площади контакта “жидкость-газ” (или в единице объёма абсорбционной колонны). Технологически выгодным является максимально высокое значение коэффициента массопередачи. Для плёночных абсорберов, широко распространённых в современных технологиях, коэффициент K рассчитывается по формуле:

$$1/K = 1/K_g + m/\beta, \tag{1}$$

где K_g и β – коэффициенты массоотдачи, соответственно, в газовой и жидкой фазах, m – константа фазового равновесия. Обычно**,** $m \le 1$, и значение K определяется соотношением величин K_g и β**.** Из (1) видно, что могут существовать 3 качественно различных процесса абсорбции:

$$\begin{aligned} &a)\ \beta >> K_g \text{ –хорошо растворимый (в данной жидкости) газ.} \\ &b)\ \beta \approx K_g \text{ – средне растворимый газ;} \\ &c)\ \beta << K_g \text{ – плохо растворимый газ;} \end{aligned} \tag{2}$$

В случае *b)* и, особенно, *c*) именно значение β является определяющим для величины коэффициента массопередачи K, а именно – с возрастанием β увеличивается K.

Довольно давно предложен способ увеличения коэффициента β путём нанесения на поверхность, по которой стекает жидкость, периодически расположенных шероховатостей (гофр). В этом случае на поверхности плёнки возникает стоячая волна, при которой массообмен становится более интенсивным. Одновременно возрастает эффективная площадь контакта на границе ”жидкость-газ”. В данной работе рассчитывается период гофра на подложке, который при заданных параметрах жидкости и газа увеличивает коэффициент β максимальным образом.

Полуэмпирический расчёт коэффициента массоотдачи. Расчёт, предложенный авторами работы [1], дал следующую формулу для коэффициента β:

$$\beta = \beta_0\left[1 + 0.6(k\alpha)^2\right] f(\alpha), \tag{3}$$

где β_0 – коэффициент массоотдачи жидкости при течении по плоской подложке; α – безразмерная амплитуда стоячей волны, на свободной поверхности жидкости, измеренная в единицах толщины её плоского слоя δ; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – безразмерное волновое число стоячей волны на свободной поверхности; λ – безразмерная длина стоячей волны в единицах δ.

Далее будет показано, что λ совпадает с длиной волны гофра на подложке.

$$\mathrm{f}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{cases} 1.22 - 0.12\alpha \quad \text{при}\, \alpha \le 0.4 \\ 1.1 \quad \text{при} \;\; \alpha > 0.4 \end{cases}.$$

При наличии газового потока над жидкостью, и, следовательно, касательного напряжения на границе “жидкость-газ”, формула (3) приобретает вид [2]:

$$\beta = \beta_0 \left[1 + 0.6(k\alpha)^2\right] f(\tau)\,; \tag{4}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} 1.1 + 0.113\tau \;\; \text{ïðè} \;\; \tau \le 0.4 \\ 10.04 \dfrac{\sqrt{\tau}}{(1 + 5.97\sqrt{\tau})} \quad \text{ïðè} \;\; \tau > 0.4 \end{cases},$$

где $\tau = \dfrac{|T| \cdot \delta}{\mu \overline{V}}$ – абсолютное значение безразмерного касательного напряжения на границе “жидкость-газ”; T – истинное касательное напряжение на границе “жидкость-газ”; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости; $\overline{V}$ – средняя скорость жидкости вдоль слоя δ.

Отметим, что в работе [1] амплитуда волны α считалась заданной, т.е. фактически взятой из эксперимента.

Точный расчёт коэффициента массоотдачи. В принципе, значение α определяется параметрами гофра подложки, и его можно найти из уравнения движения жидкости. Для того, чтобы теоретически получить значение α, нужно, рассчитывая профиль скорости в слое жидкости, учесть наличие:

1) гофра на подложке;

2) газового потока над свободной поверхностью жидкости.

В данной работе, с учётом обстоятельств 1) и 2), производится расчёт величины α, по параметрам жидкости и гофра подложки. Из условия резонанса, которое будет дано ниже, получено оптимальное значение длины волны гофра λ, ведущее к максимальному значению β.

Амплитуда волны, α, определяется решением уравнения для течения жидкости по гофрированной подложке. Если слой жидкости формы $h(x,z)$ движется по наклонной поверхности под действием силы тяжести g и касательного напряжения τ на границе с газовым потоком, то уравнение для такого движения можно привести к виду [3]:

$$V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \int_{x_1}^{h} \frac{\partial V_z}{\partial z} dx = \frac{1}{Fr}\left(\sin\gamma - \frac{dh}{dz}\cos\gamma\right) + \frac{1}{We}\frac{d^3h}{dz^3} + \frac{1}{Rå}\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} \qquad (5)$$

с граничными условиями:

a) $V_z = 0$ при $x = x_1 = \varepsilon\delta\sin(kz)$ – прилипание жидкости на гофрированной подложке x_1; здесь $\varepsilon < 1$, и $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – заданы; (λ – длина волны гофра на подложке);

b) $\frac{\partial V_z}{\partial x} = \tau$ при $x = h(z)$ – равенство касательных напряжений жидкости и газа на свободной поверхности; (функция $h(z)$ – пока неизвестна).

Здесь:

x – координата слоя, ортогональная направлению движения жидкости; z – координата слоя, параллельная направлению движения жидкости; $Fr = \frac{\overline{V}^2}{\delta g \sin\gamma}$ – число Фруда; $We = \frac{\rho\overline{V}^2\delta}{\sigma}$ – число Вебера; $\mathrm{Re} = \frac{\overline{V}\delta}{\nu}$ – число Рейнольдса; g – ускорение силы тяжести; γ – угол наклона плоскости течения жидкости к линии горизонта; ρ – плотность жидкости; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Уравнение (5) записано для потока бесконечной ширины (координата y), и считается, что $V_z(y) = const$ Реальный эксперимент проводится на полосе конечной ширины $\Delta y = 2Y$, ограниченной стенками при $y = \pm Y$, и зависимость скорости от поперечной координаты имеет вид: $V_z(y) = V_z(0)[Y^2 - y^2]$. Можно считать, что в (5), и везде ниже, $V_z = \overline{V_z(y)}$ (усреднение по координате y). Нужно учитывать и то, что уравнение (6) и граничные условия записаны в безразмерных переменных, а именно:

– компонента скорости V_z нормирована на среднюю по толщине слоя жидкости δ скорость $\overline{V}$;

– координаты – x, z и $h(z)$ – на толщину невозмущённого слоя δ;

Решение уравнения (5) для $V_z(x)$ ищется в виде квадратичной функции x, как и в случае плоской подложки, но с коэффициентами, зависящими от координаты z:

$$V_z(x,z) = a(z)x^2 + b(z)x + d(z). \qquad (6)$$

Средняя скорость вдоль слоя жидкости по определению равна:

$$\overline{V}(z) = \frac{1}{h - x_1}\int_{x_1}^{h} V_z(x,z)dx. \qquad (7)$$

Подставляя (6) в граничные условия a)-b) в уравнение (5), и пользуясь определением (7), можно получить выражения для $a(z), b(z), d(z)$ и, следовательно, саму скорость $V_z(x,z)$ через $\overline{V}, h, x_1$. Подставив $V_z(x,z)$ в (5), получим уравнение для

$h(z)$. Последнее уравнение решается путём разложения в ряд по малому параметру ε – безразмерной амплитуде гофра на подложке, задаваемой в единицах плоского слоя жидкости δ:

$$h(z) = 1 + \varepsilon h_1(z) + \varepsilon^2 h_2(z) + ...; \tag{8}$$

$$\overline{V}(z) = 1 + \varepsilon V_1(z) + \varepsilon^2 V_2(z) + ...$$

Далее, в линейном приближении по ε, ищем решение в виде:

$$h_1(z) = A\sin(kz + \chi). \tag{9}$$

Это справедливо в так называемом ламинарно-волновом режиме течения слоя жидкости по подложке. Вид решения (10) для $h_1(z)$ означает, что из всех возмущений плоской поверхности «выживает» только стоячая волна с длиной, равной длине гофра подложки $\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$**.** Этот факт, обнаруженный в реальном эксперименте**,** даёт возможность упростить решение, и найти связь между параметрами подложки, физическими свойствами жидкости с одной стороны, и амплитудой волны на свободной поверхности жидкости с другой

После выполнения довольно громоздких преобразований можно получить уравнения в безразмерных переменных:

$$A^2 = \frac{q^2 + s^2 k^2}{q^2 + k^2 \cdot (p - k^2)}, \tag{10}$$

где

$$q = \frac{3}{2}\frac{We \cdot (6-\tau)}{R\mathring{a}}; \;\; s = \frac{(6-\tau)\cdot(\tau+8)}{40}; \;\; p = We \cdot \left[\frac{(6-\tau)\cdot(\tau+8)}{40} - \frac{\cos\gamma}{Fr}\right]. \tag{11}$$

Из цепочки полученных соотношений (9)–(8)–(3) видно, что амплитуда стоячей волны на свободной поверхности жидкости α из (3) связана с амплитудой гофра подложки ε из (8) и величиной A из (9) соотношением $\alpha = \varepsilon A$. В уравнении (10) неизвестными параметрами являются – невозмущённая волной высота слоя жидкости δ, и безразмерное касательное напряжение на границе "жидкость-газ" τ. Эти параметры связаны друг с другом. Так, при заданном массовом расходе жидкости Q на единицу ширины подложки, значение δ определяется средней скоростью $\overline{V}$ из соотношения $\delta = \dfrac{Q}{\rho\overline{V}}$. Но в профиль скорости, и, следовательно, в $\overline{V}$, входит параметр τ – ясно, что, чем больше трение τ при противотоке жидкости и газа, тем меньше $\overline{V}$, и, при заданном расходе Q, тем больше значение δ. Поэтому, δ и τ должны определяться одновременно и самосогласованно из системы 2-х уравнений: одно из этих уравнений связано с движением слоя жидкости, второе – с газовым потоком над ней. Профиль скорости в слое жидкости, стекающей по поверхности, которая наклонена под углом γ к горизонту, при наличии касательного напряжения на границе с газовой фазой известен. Он находится аналогично профилю Пуазейля, но при граничных условиях:

$$\mu \frac{\partial V_z}{\partial x}\Big|_{x=\delta} = T \; ; \; V_z(x)\Big|_{x=0} = 0 \tag{12}$$

и имеет вид:

$$V_z(x) = \frac{g}{\nu}(\delta \cdot x - \frac{x^2}{2})\sin\gamma + \frac{T \cdot x}{\mu}. \tag{13}$$

Отсюда, для средней по толщине δ, скорости получаем:

$$\overline{V} = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta V_z(x)dx = \frac{g\delta^2}{3\nu}\sin\gamma + \frac{T \cdot \delta}{\mu}. \tag{14}$$

Число Рейнольдса определяется как: $\mathrm{Re} \equiv \overline{V}\delta / \nu = g\delta^3 \sin\gamma / 3\nu^2 + T\delta^2 / \rho\nu^2$, откуда после приведения к безразмерным параметрам, можно получить:

$$(\delta / \delta_0) = (1 - \tau / 2)^{1/3}, \tag{15}$$

$\delta_0 = \left(\frac{3\nu^2 R\mathring{a}}{g\sin\gamma}\right)^{1/3}$ – толщина слоя жидкости без газового потока; (δ / δ_0) и τ – соответственно, безразмерные толщина слоя жидкости и касательное напряжение на границе ”жидкость-газ”. (В случае противотока “жидкость-газ” τ <0 и $\delta > \delta_0$).

Здесь, число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{\delta\overline{V}}{\nu}$ считается известным, т.к. в эксперименте задаётся расход жидкости на единицу ширины подложки – $Q_L = \frac{Q}{2Y} = \delta\rho\overline{V}$. Отсюда, $\mathrm{Re} = \frac{Q_L}{\rho\nu}$.

Уравнение (15) – одно из уравнений системы, связывающее δ и τ.

Второе – получается из закона движения газа. Для стационарного течения газа в ламинарном режиме при граничных условиях:

$$\frac{dV_g}{dx}\Big|_{x=\delta} = \frac{T}{\mu_g}; \quad V_g\Big|_{x=H} = 0 \tag{16}$$

можно получить известный параболический профиль:

$$V_g = -\frac{T}{\mu_g}(H - x) - \frac{\psi - \rho_g g \sin\gamma}{2\mu_g}\{(H-\delta)^2 - (\delta - x)^2\}, \tag{17}$$

где H – высота канала (боковой стенки подложки); $\psi = \dfrac{\Delta P}{L}$; ΔP – перепад давления газа на длине L.

Далее, используя условия равенства скоростей газа (17) и жидкости (13) при $x = \delta$, получим:

$$T = \frac{-\dfrac{\psi}{2}\left[\dfrac{(H-\delta)^2}{\mu_g} - \dfrac{\delta^2}{\mu}\right] + \dfrac{g\sin\gamma}{2}\left[\dfrac{(H-\delta)^2}{\nu_g} - \dfrac{\delta^2}{\nu}\right]}{\dfrac{H-\delta}{\mu_g} + \dfrac{\delta}{\mu}}. \tag{18}$$

Здесь ν и $\mu = \rho\nu$ относятся к жидкости, а ν_g и $\mu = \rho_g \nu_g$ – к газу.

Для малой толщины слоя жидкости $\delta << H$, (16) превращается в:

$$T = -\frac{\psi - \rho_g g \sin\gamma}{2} H. \tag{19}$$

Если же пренебречь весом газа по сравнению с перепадом давления, то (20) упрощается:

$$T = -\psi H / 2. \tag{20}$$

Уравнения (18)–(20) удобно решать для безразмерной переменой $\tau = \dfrac{T}{\mu \overline{V} / \delta}$, тогда из определения $\psi \equiv \dfrac{\Delta P}{L}$ и уравнения (20) следует, что ΔP нужно “обезразмерить, на ту же величину”, что и T, т.е. на $\dfrac{\mu \overline{V}}{\delta}$. Из соотношения $\overline{V} = \dfrac{\nu \,\mathrm{Re}}{\delta}$, получаем, масштабный множитель для перепада давления ΔP : $\dfrac{\rho \nu^2 \,\mathrm{Re}}{\delta^2}$, и уравнение (21):

$$\tau = \psi H = \left[\frac{H}{L}\frac{\Delta P \delta_0{}^2}{\rho\nu^2 R\mathring{a}}\right](\delta / \delta_0)^2. \tag{21}$$

Все величины в квадратных скобках уравнения (21) имеют свою естественную размерность, а τ и (δ / δ_0) – безразмерны.

Численно решая систему – (15) + одно из равнений (18)–(21), – находим (δ / δ_0) и τ.

Полное смачивание. Существует ещё одно независимое условие для величины δ. Оно связано с явлением полного смачивания подложки жидкостью, т.е. с отсутствием сухих пятен. Такие пятна могут появляться из-за поверхностного натяжения на границе «жидкость–подложка», и уменьшать эффективную площадь абсорбции. Условием отсутствия сухого пятна является превышение гидродинамического напора жидкости над величиной касательного напряжения, вызванного поверхностным натяжением.

$$\int_0^{\delta} \frac{\rho V^2}{2} dx \geq \sigma(1-\cos\theta), \tag{22}$$

где θ – угол смачивания на границе «жидкость–подложка»; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости на подложке.

Если здесь пренебречь малой амплитудой гофра на подложке, но учесть движение газа над свободной поверхностью, то, подставляя в (22) профиль скорости (13), получим уравнение для минимальной толщины слоя жидкости $\delta_{\min}$, при которой отсутствуют сухие пятна:

$$\delta_{\min} = \left[\frac{2\sigma(1-\cos\vartheta}{\rho C}\right]^{1/5}, \tag{23}$$

где

$$C = \frac{g^2 \sin^2\gamma}{\nu^2}\left(\frac{2}{15} + \frac{5}{36}\tau\right).$$

Резонансная длина волны гофра. Из формул (10), (4) можно найти длину волны гофра $\lambda = \frac{2\pi}{k}\delta$, при которой шероховатость подложки увеличивает величину β максимальным образом. Это значение $k > 0$ определяется из условием:

$$\frac{\partial\left(k^2 A^2\right)}{\partial k} = 0, \tag{24}$$

если $k^2 A^2$ достигает максимума внутри интервала $(0 < k < k^*)$, где k^* – граничное значение k, при котором, вычисленное по формуле (10), $A^2(k) > 0$. Если же такого значения k нет, то искомый максимум находится на самой границе интервала положительной определённости $A^2(k)$, т.е. при $k = k^*$. Именно второй вариант имеет место для функции $A^2(k)$, полученной в (10). Здесь граничное значение k, определяется обращением в нуль знаменателя в формуле (10), а именно уравнением:

$$k^4 - pk^2 - q^2 = 0, \tag{25}$$

откуда

$$k^* = \left(\frac{p + \sqrt{p^2 + 4q^2}}{2}\right)^{1/2}. \tag{26}$$

При условии $p^2 >> 4q^2$ из (26) следует:

$$k^* \approx p^{1/2}. \tag{27}$$

Формально, при $k \to k^*$, функция $A(k) \to \infty$, но это – следствие линейного приближения по амплитуде гофра подложки ε. Такая картина всегда имеет место в случае резонанса – реально, волна на свободной поверхности жидкости при $k = k^*$, либо будет иметь максимально возможную, но конечную амплитуду в ламинарно-волновом режиме, либо движение перейдёт в турбулентное. В обоих случаях коэффициент массоотдачи β увеличится. Из вышесказанного следует, что для достижения максимально возможного коэффициента β шаг гофра на подложке должен быть равен:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k^*}\delta. \tag{28}$$

Ниже приведены результаты численных расчётов для оптимального периода гофра подложки λ и толщины слоя жидкости δ при заданных параметрах, которые находятся ”в руках экспериментатора” – угле наклона поверхности к горизонту γ, числе Рейнольдса Re. Полученные значения относятся к процессу абсорбции триоксида серы водой при перепаде давления в газе $\psi = 60$ Па/м, высоте газового потока $H = 0{,}3$ì .

Угол наклона подложки γ	$\pi/6$			$\pi/4$			$\pi/3$		
Число Рейнольдса Re	100	500	1000	100	500	1000	100	500	1000
Толщина слоя жидкости в отсутствие газа – δ_0 (мм)	0,40	0,68	0,85	0,35	0,6	0,76	0,33	0,56	7,09
Толщина слоя жидкости при наличии газа – δ (мм)	0,51	0,78	0,95	0,43	0,68	0,83	0,4	0,62	7,66
Резонансная длина волны гофра подложки – λ (мм)	5,78	2,11	1,42	4,37	1,69	1,15	3,76	1,49	1,02

Оптимальное значение высоты гофра ε не может быть теоретически найдено рассмотренным способом, необходимым условием для применимости выше приведенных формул является лишь условие: $\varepsilon < \delta$.

Выводы. Использование в процессах абсорбции/десорбции поверхности с предварительно рассчитанным шагом гофра приводит к интенсификации массоотдачи в жидкой фазе. Это связано, как с увеличением самого коэффициента массоотдачи при переходе в резонансный режим, так и с увеличением эффективной площади контакта “жидкость–газ” по сравнению с плоской подложкой.

Литература

1. Холпанов Л.П., Николаев Н.А. Расчёт коэффициента массоотдачи в плёнке жидкости, текущей по стенке с регулярной шероховатостью. // Теор.основы хим. технологии.– 1975. – т.9, №4. – с. 590–592.

2. Малюсов В.А., Малафеев Н.А. // Хим. пром.– 1951. – т. 14, №4, с. 110–114.

3. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М., 1952г., 537 с.

4. Воронцов Е.Г. Течение жидкостных плёнок по вертикальной стенке с шероховатой поверхностью // Журн. прикл. химии. – 1969.– т.42, с. 2037–2044.

УДК 66.021.1

Голуб В.Л., Тошинський В.І., Медяник А.В.

ПЕРЕБІГ РІДИНИ ПО ПОХИЛІЙ ГОФРОВАНІЙ ПОВЕРХНІ У РЕЗОНАНСНОМУ РЕЖИМІ

У роботі розглядається процес перебігу рідини по гофрованій поверхні за наявності газового противотоку. Розрахована оптимальна довжина гофра, яка забезпечує резонансний режим та максимально збільшує коефіцієнт масовіддачі фази рідини в процесі абсорбції.

стаття надійшла до редакції 16.09.2008 р.